1) Combien d'heure et comment les répartir ?

Pendant les 5 jours de la semaine :
Je vous conseille de travailler les mathématiques par séances de 2 heures en alternant mathématiques générales et probabilités.

Un jour une séance de 2 heures sur 10 heures de travail
Le jour suivant deux séances de 2 heures sur 10 heures de travail.

Cela représente 14 heures (2+4+2+4+2) sur 50 heures de travail soit environ 30% en mathématiques

Pendant le week end :
Reposez vous deux demi-journées un samedi-matin et un dimanche-après midi par exemple.
Sur les 5 heures de travail que vous effectuerez chaque jour du week end faire 2h heures de mathématiques en alternant mathématiques générales et probabilités

Cela représente 4 heures sur 10 heures de travail soit 40% en mathématiques .

2) Quelles épreuves ?

Tout dépend de votre objectif, de votre niveau et de la cohérence de votre objectif et de votre niveau.

On considère trois objectifs :

- Objectif 1 : HEC, ESSEC, ESCP
- Objectif 2 : EML, Edhec, Ecricome
- Objectif 3 : Autres écoles

La cohérence de votre objectif et de votre niveau nécessite un critère. Je vous propose le suivant :

Si vous avez été classés parmi les 10 premiers (sur les quatre classes ece Rocher et Clamart) dans au moins deux des quatre épreuves de mathématiques passées lors des deux concours blancs, vous pouvez vous fixer l'objectif 1.

Si vous avez été classés parmi les 30 premiers (sur les quatre classes ece Rocher et Clamart) dans au moins deux des quatre épreuves de mathématiques passées lors des deux concours blancs, vous pouvez vous fixer l'objectif 2.

Sinon, fixez vous l'objectif 3.

Epreuves pour l'objectif 1

Les deux épreuves de mathématiques du concours blanc 2
Quelques épreuves parmi EML, EDHEC, ECRICOME 2017, 2016, 2015, 2014

HEC 2017 (exercice et partie I problème) HEC 2016 (problème partie I et II) HEC 2014 (le problème), HEC 2013 (l'exercice), HEC 2012 (l'exercice, le problème sauf partie II pour les bizuths), HEC 2010 (L'exercice, le problème sauf partie III pour les bizuths), HEC 2009

ESSEC 1989, ESSEC 2014 math 3 (Plutôt pour les bibizuths, dur, de l'informatique : la méthode du rejet et la méthode de l'inversion) ESSEC 2011 math 2 (sauf partie 3 et 4) ESSEC 2010 math 3 (Problème 1) ESSEC 2001 math 2

ESCP 1996-2005

Epreuves pour l'objectif 2

Les deux épreuves de mathématiques du concours blanc 2
Les épreuves EML, EDHEC, ECRICOME 2017, 2016, 2015, 2014

Quelques épreuves parmi la sélection suivante

HEC 2017 (exercice)
HEC 2014 (le problème),
EML 2010 Exo2 I (sauf 6), II
EML 2011 Exo 1 I , II
EML 2012 Exo 2 I
EML 2014 Exo 1 I, II (sauf q17)
EML 2015 Exo 2 I, II

Ecricome 2017 exo 1 et 2
Ecricome 2016 exo 1 et 2
Ecricome 2015 exo 1 I : q2a à q2i, II : 1a à 1d
Ecricome 2014 exo 2 sauf q2
Ecricome 2013 exo 2 I , II sauf q5
Ecricome 2012 exo 2 I

Edhec 2007 exo 3 sauf q5
Edhec 2008 exo1
Edhec 2009 exo1

ESCP 1995-2005

Epreuves pour l'objectif 3
Les quatre épreuves de mathématiques des deux concours blancs

Quatre épreuves ESCP Techno 2014, 2015, 2016 et 2017. Trois épreuves INSEEC Techno 2014, 2015 et 2016, Quatre épreuves Ecricome Tehcno 2014, 2015, 2016 et 2017

Les épreuves Edhec 2017, EML 2016, ECRICOME 2017 (exos 1 et 2) , Ecricome 2016 (exos 1 et 2)

Quelques épreuves parmi la sélection suivante

Ecricome 2015 exo 1 I : q2a à q2i, II : 1a à 1d
Ecricome 2014 exo 2 sauf q2
Ecricome 2013 exo 2 I , II sauf q5
Ecricome 2012 exo 2 I
Ecricome 2011 exo 2 I

Edhec 2007 exo 3 sauf q5
Edhec 2008 exo1
Edhec 2009 exo1

3) Sites utiles

ANNALES BCE (énoncés)
http://www.concours-bce.com/annales
ANNALES EDHEC (énoncé et corrigés)
http://www.edhec-ge.com/annales-du-concours-prepas
ANNALES ECRICOME (énoncé et corrigés)
http://www.ecricome.org/Epreuves-ecrites-Annales-ECRICOME-PREPA

Bon courage, M Masset mail vassilionn@wanadoo.fr

Exercice 1 (ESSEC 1989) (Approfondissement**)**

Partie On définit deux fonctions T *et* S sur $[1;+\infty[$ par :

$$T(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1} \quad et\ S(x) = \frac{x^2-1}{2x}$$

1) Montrer que pour $x \geq 1$:

$$T(x) \leq 2T(\sqrt{x}) \quad et \quad 2\,S(\sqrt{x}) \leq S(x)$$

La méthode générale pour résoudre une inéquation du type $f(x) \leq g(x)$ *consiste à réaliser une étude de fonctions. Ici les inéquations font intervenir des fonctions rationnelles. Il est alors plus souvent rapide de réaliser un tableau de signe après avoir réduit au même dénominateur et factoriser numérateur et dénominateur.*

2) Etudier pour $x \geq 1$, les variations des fonctions définies par :

$$f(x) = \ln(x) - T(x)\ et\ g(x) = S(x) - \ln(x)$$

3) En déduire que pour $x \geq 1$:

$$T(x) \leq \ln(x) \leq S(x)$$

Partie B

x désigne un réel strictement supérieur à 1. On note $u = (u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par :

$$\begin{cases} u_0 = x \\ \forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+1} = \sqrt{u_n} \end{cases}$$

1) Prouver, que pour tout entier naturel n :

$$1 < u_n$$

2) Prouver, à l'aide des quantités conjuguées, que pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1} - 1 \leq \frac{1}{2}(u_n - 1)$$

3) En déduire que pour tout entier naturel n on a :

$$0 < u_n - 1 \leq \frac{1}{2^n}(x-1)$$

4) Déterminer la limite de la suite u.

5) Prouver que pour tout entier naturel n :

$$u_n = x^{\frac{1}{2^n}}$$

6) On définit les deux suites $(S_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(T_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par :

$$S_n = 2^n S(u_n)\ et\ T_n = 2^n T(u_n)$$

Déterminer le sens de variation des suites ainsi définies.

Démontrer pour tout entier naturel n :

$$T_n \leq \ln(x) \leq S_n$$

Prouver la convergence des suites $(S_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(T_n)_{n\in\mathbb{N}}$. En étudiant le rapport $\frac{T_n}{S_n}$ déterminer leur limite.

Exercice 2 (d'après ESCP 1996) (Approfondissement**)**

On considère la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par :

$$\begin{cases} f(1) = 1 \\ f(x) = \dfrac{x+1}{x-1}\dfrac{\ln(x)}{2} \quad si\ x \neq 1 \end{cases}$$

1) Montrer que f est une fonction continue sur $]0;+\infty[$.

2) Calculer la dérivée f' de f sur les intervalles $]0;1[$ et $]1;+\infty[$. Etablir le tableau de variation de f.

3) On admet qu'au voisinage de 1 on peut écrire :

$$\ln(x) = (x-1) - \frac{1}{2}(x-1)^2 + (x-1)^2\varepsilon((x-1)^2)$$

Avec $\lim\limits_{x\to 1} \varepsilon((x-1)^2) = 0$

Montrer que f est dérivable en 1 et déterminer $f'(1)$.

4) Montrer que pour tout réel x strictement positif et différent de 1, f' vérifie :

$$f'(x) = \frac{x-1-\ln(x)}{(x-1)^2} - \frac{1}{2x}$$

Montrer que f' est continue sur $]0;+\infty[$.

5) Montrer que :

$$\forall x \in\ ]0;1[\ \cup\ ]1;+\infty[, \qquad \ln(x) < x-1$$

6) En déduire que :

$$\forall x > 1, \qquad f(x) < x$$

7) Tracer la courbe représentative de f dans un repère orthonormé .

8) Soit a un réel supérieur à 1.

a) Montrer qu'il existe une suite $u = (u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ de réels vérifiant :

$$\begin{cases} u_0 = a \\ \forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

b) Montrer que cette suite est décroissante et qu'elle admet une limite L que l'on précisera.

9) On se propose d'étudier la vitesse avec laquelle la suite u converge vers L.

a) Soit $\varepsilon \in\ ]0;1[$. Montrer que dans un voisinage $I =]1-\varepsilon; 1+\varepsilon[$ de 1 :

$$\forall x \in I, \qquad |f'(x)| \leq \frac{1}{3}$$

b) Montrer qu'il existe un entier n_0 tel que :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \qquad n \geq n_0 \Longrightarrow |f(u_n) - L| \leq \frac{1}{3}|u_n - L|$$

c) En déduire que la suite $(u_n - L)_{n\in\mathbb{N}}$ est négligeable devant la suite $\left(\left(\frac{1}{2}\right)^n\right)_{n\in\mathbb{N}}$

La question 9a est particulièrement délicate : il faut utiliser la définition formelle de la limite. Surtout ne cherchez pas à établir le tableau de variation de f' pour déterminer un majorant de f' sur un voisinage de 1

Exercice 3 (d'après ESC 2001) (Approfondissement**)**

On considère la fonction f définie sur $[0;1]$ par :

$$f(x) = 2xe^x$$

1) Montrer que f réalise une bijection de $[0;1]$ sur un ensemble que l'on déterminera.

2) On note f^{-1} la bijection réciproque de f sur $[0;1]$. Donner les tableaux de variation de f et de f^{-1}.

3) Vérifier qu'il existe dans $[0;1]$ un et un seul réel α tel que :

$$\alpha e^{\alpha} = 1$$

Oui c'est bien $\alpha e^{\alpha} = 1$ *!*

Montrer que $\alpha \neq 0$

On définit la suite $u = (u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par :

$$\begin{cases} u_0 = \alpha \\ \forall n \in \mathbb{N},\ \ u_{n+1} = f^{-1}(u_n) \end{cases}$$

4) Montrer que pour tout entier naturel n :

$$u_n \text{ existe et } u_n \in [0;1]$$

5) Montrer que pour tout réel $x \in [0;1]$:

$$f(x) - x \geq 0$$

Vérifier que l'égalité ne se produit que pour $x = 0$.

6) En déduire que la suite u est strictement croissante.

7) Montrer que la suite u est convergente et déterminer sa limite.

On pose pour tout entier naturel n :

$$S_n = \sum_{k=0}^{n} u_k$$

a) Montrer que pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1} = u_n e^{-u_{n+1}}$$

b) En déduire que pour tout entier naturel n :

$$u_n = \frac{e^{-S_n}}{2^n}$$

c) Montrer que pour tout entier naturel n :

$$u_n \leq \frac{1}{2^n}$$

d) En déduire que la série de terme général u_n est convergente et que la somme S de cette série vérifie :

$$\alpha \leq S \leq 2$$

Pour les bizuth la question est : En déduire que la suite $(S_n)_{n\in\mathbb{N}}$ *est convergente. On montrera que la suite est croissante et majorée*

e) Montrer finalement qu'au voisinage de l'infini :

$$u_n \sim \frac{e^{-S}}{2^n}$$

Pour les bizuth : u_n *est équivalent à* v_n *au voisinage de l'infini, on note* $u_n \sim v_n$*, ssi :*

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{u_n}{v_n} = 1$$

Exercice 4 ESCP 19 ??

Dans tout l'exercice λ désignera un réel strictement positif et f_λ sera la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f_\lambda = e^{-\lambda x^2}$, pour tout réel x.
Le but de l'exercice est l'étude de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = f_\lambda(u_n)$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

1. a) Montrer que l'équation $f_\lambda(x) = x$, d'inconnue x, admet une seule racine dans $\mathbb{R}$ et que cette racine appartient à $]0,1[$. On note ℓ_λ cette racine.

   b) Montrer que, si $\lambda > \dfrac{e}{2}$, alors $\ell_\lambda > \dfrac{1}{\sqrt{2\lambda}}$

2. On suppose dans cette question que $\lambda \leq \frac{1}{2}$.

   a) Montrer que $\max\limits_{x\in[0,1]} |f'_\lambda(x)| < 1$

   b) Montrer que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ admet pour limite ℓ_λ.

On revient au cas général, c'est à dire $\lambda \in \mathbb{R}_+^*$.

3. On pose $g_\lambda = f_\lambda \circ f_\lambda$.

   a) Montrer que g_λ est strictement croissante sur $[0,+\infty[$.

   b) Montrer que les deux suites $(u_{2n})_{n\in\mathbb{N}}$ et $(u_{2n+1})_{n\in\mathbb{N}}$ sont monotones et convergentes.

4. a) Montrer que les racines éventuelles de l'équation $g_\lambda(x) = x$ appartiennent à $]0,1[$. Vérifier que ℓ_λ est une racine de cette dernière équation.

   b) Soit $x \in]0,1[$. Montrer que $g_\lambda(x) = x$ si et seulement si $\ln(-\ln(x)) + 2\lambda x^2 - \ln(\lambda) = 0$

   c) Pour tout $x \in]0,1[$, on pose $h_\lambda(x) = \ln(-\ln(x)) + 2\lambda x^2 - \ln(\lambda)$
   Montrer que la fonction h_λ est dérivable sur $]0,1[$ et que $h'_\lambda(x)$ a le signe opposé de celui de $1 + 4\lambda x^2 \ln(x)$

   d) Pour tout $x \in]0,1[$, on pose $k_\lambda(x) = 1 + 4\lambda x^2 \ln(x)$. Dresser le tableau de variation de la fonction k_λ.

   e) On se place désormais dans le cas où $\lambda > \dfrac{e}{2}$

d) Pour tout $x \in]0,1[$, on pose $k_\lambda(x) = 1 + 4\lambda x^2 \ln(x)$. Dresser le tableau de variation de la fonction k_λ.

e) On se place désormais dans le cas où $\lambda > \dfrac{e}{2}$

- Montrer que, dans ce cas, $k_\lambda(\ell_\lambda) < 0$
- Dresser le tableau de variation de la fonction h_λ et en déduire que l'équation $h_\lambda(x) = x$ admet trois racines μ_λ, ℓ_λ, ν_λ vérifiant $0 < \mu_\lambda < \ell_\lambda < \nu_\lambda < 1$
- Montrer que les suites $(u_{2n})_{n\in\mathbb{N}}$ et $(u_{2n+1})_{n\in\mathbb{N}}$ convergent vers μ_λ et ν_λ respectivement.

Exercice 5 (ESCP 1999)

Pour tout entier k supérieur ou égal à 2, soit f_k la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par :

$$f_k(x) = \frac{\ln^k(x)}{x-1} \text{ si } x > 0 \text{ et } x \neq 1 \quad \text{et } f_k(1) = 0$$

1. Etude des fonctions f_k.

a) Soit k un entier supérieur ou égal à 2.
Justifier la dérivabilité de la fonction f_k sur $]0, 1[\cup]1, +\infty[$ et préciser la valeur de la dérivée $f_k'(x)$, pour tout x appartenant à $]0, 1[\cup]1, +\infty[$.
Montrer que f_k est dérivable en 1 et donner, selon les valeurs de k, la valeur de $f_k'(1)$

b) On considère les fonctions auxiliaires φ_k définies, pour tout $x > 0$, par

$$\varphi_k(x) = k(x-1) - x ln(x).$$

Etudier, pour tout entier k supérieur ou égal à 2, les variations de la fonction φ_k. Montrer que l'équation $\varphi_k(x) = 0$ admet une racine unique dans l'intervalle $]1, +\infty[$. Dans la suite, on notera a_k cette racine.

c) En distinguant les cas $k = 2$, k pair supérieur ou égal à 4, k impair supérieur ou égal à 3, donner le tableau de variation de la fonction f_k (on précisera les limites aux bornes).

2. Etude asymptotique de la suite $(a_k)_{k \geq 2}$.

a) Montrer que, pour tout entier k supérieur ou égal à 2, $e^{k-1} \leq a_k \leq e^k$

b) Pour tout entier k supérieur ou égal à 2, on pose $a_k = e^k(1 + \delta_k)$. Montrer que le réel δ_k vérifie l'équation

$$-ke^{-k} = (1 + \delta_k)\ln(1 + \delta_k)$$

Justifier l'inégalité : $|\ln(1 + \delta_k)| \leq ke^{1-k}$. En déduire que la suite $(\delta_k)_{k \geq 2}$ a une limite nulle et, plus précisément, que δ_k est équivalent à $-ke^{-k}$ quand k tend vers l'infini.

Exercice 6 (ESCP 2002)

Pour toutes suites numériques $u = (u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $v = (v_n)_{n \in \mathbb{N}}$, on définit la suite $u * v = w$ par :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \; w_n = \sum_{k=0}^{n} u_k \, v_{n-k}$$

Partie I : Exemples

1. Premiers exemples
Pour tout entier naturel n, calculer w_n en fonction de n dans chacun des cas suivants :

a) pour tout entier naturel n, $u_n = 2$ et $v_n = 3$.

b) pour tout entier naturel n, $u_n = 2^n$ et $v_n = 3^n$.

c) pour tout entier naturel n, $u_n = \dfrac{2^n}{n!}$ et $v_n = \dfrac{3^n}{n!}$.

2. Programmation
Dans cette question, les suites u et v sont définies par : $\forall n \in \mathbb{N}, \; u_n = \ln(n+1)$ et $v_n = \dfrac{1}{n+1}$.
Écrire un programme en Turbo-Pascal qui demande à l'utilisateur une valeur de l'entier naturel n, qui calcule et affiche les valeurs $w_0, \; w_1, \; \ldots, \; w_n$.

3. Un résultat de convergence
Dans cette question, la suite u est définie par : $\forall n \in \mathbb{N}, \; u_n = \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$ et v est une suite de réels positifs, décroissante à partir du rang 1 et de limite nulle.

a) Établir, pour tout couple d'entiers naturels (n, m) vérifiant $n < m$, l'inégalité : $\displaystyle\sum_{k=n+1}^{m} u_k \leqslant u_n$.

b) Soit n un entier strictement supérieur à 1. Prouver les inégalités :

$$w_{2n} \leqslant v_0 \, u_{2n} + 2v_n + v_1 \, u_n \quad \text{et} \quad w_{2n+1} \leqslant v_0 \, u_{2n+1} + 2v_{n+1} + v_1 \, u_n$$

c) En déduire que les deux suites $(w_{2n})_{n \in \mathbb{N}}$ et $(w_{2n+1})_{n \in \mathbb{N}}$ convergent vers 0 ainsi que la suite $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$.

d) Soit u' la suite définie par : $\forall n \in \mathbb{N},\ u'_n = \left(-\dfrac{1}{2}\right)^n$. À l'aide de la question précédente, montrer que la suite $u' * v$ est convergente et de limite nulle.

Partie II : Application à l'étude d'un ensemble de suites

Dans cette partie, A désigne l'ensemble des suites $a = (a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ de réels positifs vérifiant :

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, \quad a_{n+1} \leqslant \frac{1}{2}(a_n + a_{n-1})$$

1. Montrer que toute suite décroissante de réels positifs est élément de A et qu'une suite strictement croissante ne peut appartenir à A.

2. Soit $z = (z_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite réelle vérifiant : $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ z_{n+1} = \dfrac{1}{2}(z_n + z_{n-1})$.

a) Montrer qu'il existe deux constantes réelles α et β telles que l'on a :

$$\forall n \in \mathbb{N},\ z_n = \alpha + \beta\left(-\frac{1}{2}\right)^n$$

b) En déduire qu'il existe des suites appartenant à A et non monotones.

3. Soit $a = (a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ un élément de A et b la suite définie par : $\forall n \in \mathbb{N},\ b_n = \left(-\dfrac{1}{2}\right)^n$.

3. Soit $a = (a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ un élément de A et b la suite définie par : $\forall n \in \mathbb{N},\ b_n = \left(-\dfrac{1}{2}\right)^n$.

On définit alors la suite c par : $c_0 = a_0$ et $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ c_n = a_n + \dfrac{1}{2}a_{n-1}$.

a) Montrer que la suite c est décroissante à partir du rang 1 et qu'elle converge vers un nombre ℓ que l'on ne cherchera pas à calculer.

b) Pour tout entier naturel n, établir l'égalité : $\displaystyle\sum_{k=0}^{n}\left(-\frac{1}{2}\right)^k c_{n-k} = a_n$.

Que peut-on en déduire pour les suites $b * c$ et a ?

c) Soit ε la suite définie par : $\forall n \in \mathbb{N},\ \varepsilon_n = c_n - \ell$ et d la suite $b * \varepsilon$.
En utilisant le résultat de la question 3. de la Partie 1, montrer que la suite d converge vers 0.

d) Pour tout entier naturel n, établir l'égalité : $d_n = a_n - \dfrac{2}{3}\ell\left(1 - \left(-\dfrac{1}{2}\right)^{n+1}\right)$.

En déduire que la suite a converge et préciser sa limite.

Partie III : Application aux variables aléatoires

Dans cette partie, toutes les variables aléatoires envisagées sont supposées définies sur le même espace probabilisé $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbf{P})$.

1. Résultats préliminaires

On suppose que X et Y sont deux variables aléatoires indépendantes, à valeurs dans $\mathbb{N}$ et on désigne par S leur somme.

a) Pour tout entier naturel n, on pose : $u_n = \mathbf{P}([X = n])$ et $v_n = \mathbf{P}([Y = n])$.
Montrer que l'on a : $\forall n \in \mathbb{N},\ \mathbf{P}([S = n]) = w_n$, ($w$ étant la suite définie à partir des suites u et v en tête du problème).

b) Retrouver alors le résultat de la question 1.c) de la Partie 1 par un choix adéquat des lois de X et de Y.

c) Pour toute variable aléatoire Z à valeurs dans $\mathbb{N}$, on note 2^{-Z} la variable aléatoire prenant, pour tout entier naturel n, la valeur 2^{-n} si et seulement si l'événement $[Z = n]$ est réalisé. Montrer que la variable aléatoire 2^{-Z} admet une espérance donnée par :

Exercice 7 (Problème HEC 2014)

Partie I. Un équivalent d'une intégrale

1. Soit N la fonction définie sur l'intervalle $[0,1[$, à valeurs réelles, telle que :
   $N(x) = x^2 - 2x - 2(1-x)\ln(1-x)$.

   a) Montrer que la fonction N est de classe $\mathcal{C}^1$ sur $[0,1[$.

   b) Montrer que pour tout $x \in [0,1[$, on a : $\ln(1-x) \leq -x$.

   c) On note N' la fonction dérivée de la fonction N. Montrer que pour tout $x \in [0,1[$, on a $N'(x) \leq 0$.

   d) En déduire pour tout $x \in [0,1[$, un encadrement de $N(x)$.

2. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0,1[$, à valeurs réelles, telle que : $f(x) = -2\dfrac{x+\ln(1-x)}{x^2}$

   a) Rappeler le développement limité en 0 à l'ordre 2 de $\ln(1-x)$

   b) Calculer $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$. En déduire que la fonction f est prolongeable par continuité en 0.
   On note encore f la fonction ainsi prolongée.

   c) Sous réserve d'existence, on note f' la fonction dérivée de f
   Montrer que pour tout $x \in]0,1[$, on a : $f'(x) = -2\dfrac{N(x)}{x^3(1-x)}$.

   d) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur $[0,1[$.
   En déduire que f réalise une bijection strictement croissante de $[0,1[$ dans $[1,+\infty[$.